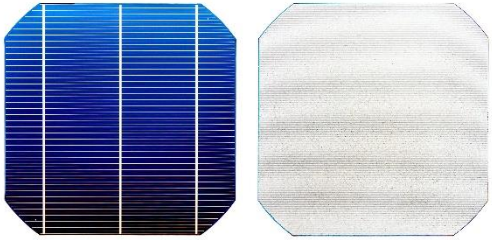
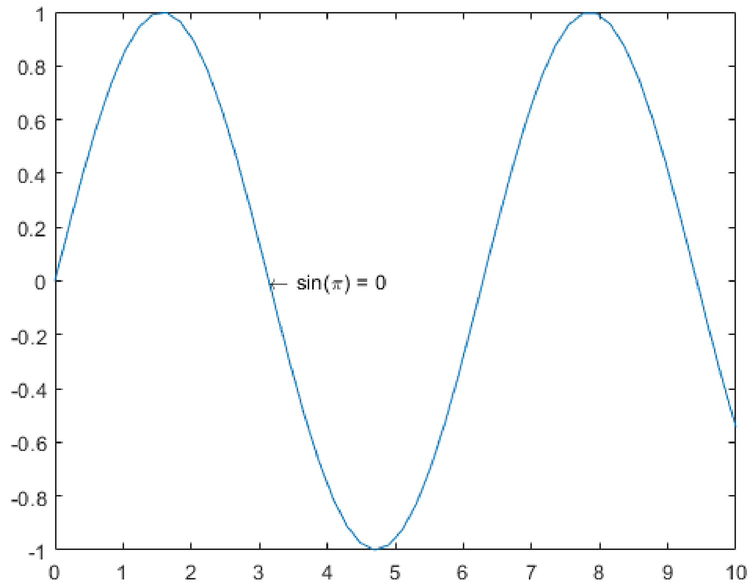


Wykład 4
3.04.2024 r.
Analityczne rozwiązanie równania Poissona dla złącza p-n

Katarzyna Gwóźdź

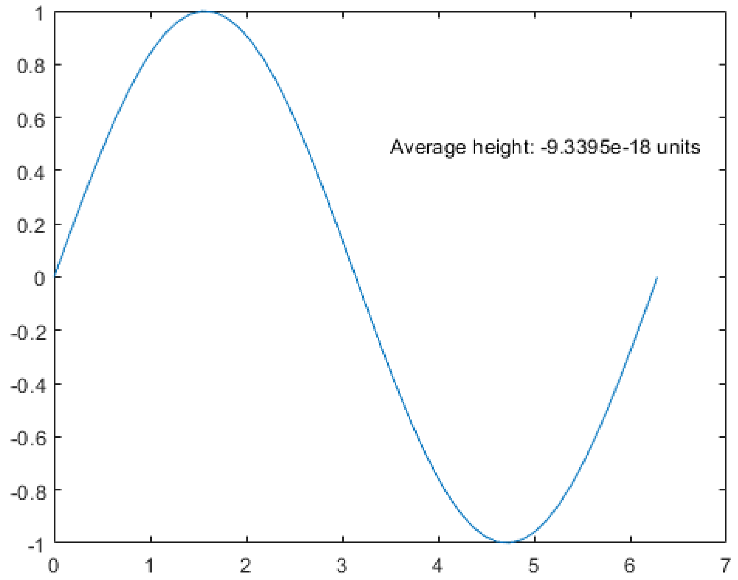
Opisy na wykresie

```
x = linspace(0,10,50);
y = sin(x);
plot(x,y);
txt = '\leftarrow sin(\pi) = 0';
text(pi,sin(pi),txt);
```



Opisy na wykresie

```
x = linspace(0,2*pi,50);
y = sin(x);
plot(x,y)
avg = mean(y);
txt = ['Average height: ' num2str(avg) ' units'];
text(3.5,0.5,txt)
```



Równania Maxwella

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Równanie Poissona

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (-\nabla V) = -\Delta V$$

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

W 1D:

$$\frac{\mathrm{d}^2 V(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon}$$

Ładunek przestrzenny

$$\rho(x) = q(p - n + N_{d^+} - N_{a^-})$$

Dla całkowicie zjonizowanych domieszek:

$$N_{d^+} = N_d \qquad N_{a^+} = N_a$$

Dla półprzewodnika typu n:

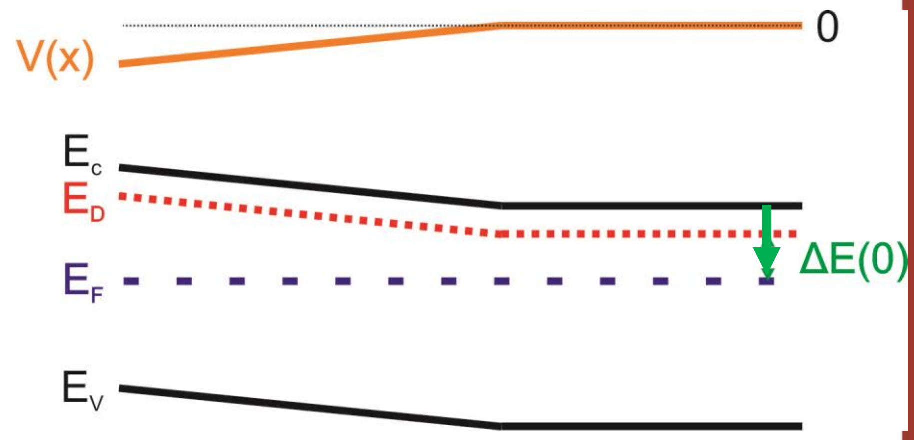
$$p = 0 \qquad N_{a^+} = 0$$

$$\rho(x) = q(-n + N_d\ )$$

Ładunek przestrzenny

$$\rho(x) = q(N_d \quad - n(x))$$

W ogólności koncentracja elektronów:



$$\Delta E(x) = E_C(x) - E_F$$

$$n(x) = N_C \exp\left(-\frac{E_C(x) - E_F}{kT}\right)$$

$$n(x) = N_C \exp\left(-\frac{\Delta E(0) - qV(x)}{kT}\right) =$$

$$= \mathrm{N_C exp}\left(-\frac{\Delta E(0)}{kT}\right) \mathrm{exp}\left(\frac{qV(x)}{kT}\right) =$$

$$= N_d \exp\left(\frac{qV(x)}{kT}\right)$$

$$\mathrm{N_C exp}\left(-\frac{\Delta E(0)}{kT}\right) = n = N_d + n_i \approx N_d$$

$$\rho(x) = q\left(N_d \quad - N_d \exp\left(\frac{qV(x)}{kT}\right)\right)$$

Przybliżenie obszaru całkowicie zubożonego

$$\rho(x) = qN_d\left(1 - \exp\left(\frac{qV(x)}{kT}\right)\right) \approx qN_d$$

1. Pole elektryczne występuje tylko w granicach obszaru zubożonego.
2. Brak swobodnych nośników w obszarze zubożonym.
3. Brak generacji/rekombinacji w obszarze zubożonym.
4. Gęstość prądu jest stała w obszarze zubożonym.
5. Stałe, skokowe domieszkowanie.
6. Wszystkie domieszki są zjonizowane.
7. Jednowymiarowy przypadek.

$$\frac{1}{q}\frac{dJ_n}{dx} = (U - G) = 0$$

Równanie Poissona

$$\frac{\mathrm{d}^2 V(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\rho(x) = \begin{cases} -qN_a, & obszar\ p \\ qN_d, & obszar\ n \end{cases}$$

$$E(x) = \begin{cases} \int \frac{-qN_a}{\varepsilon} dx = -\frac{qN_a}{\varepsilon} x + C_1, & obszar\ p \\ \int \frac{qN_d}{\varepsilon} dx = \frac{qN_d}{\varepsilon} x + C_2, & obszar\ n \end{cases}$$

$$E\left(x = -x_p\right) = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{qN_a}{\varepsilon} x_p \qquad E(x = x_n) = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{qN_d}{\varepsilon} x_n$$

Pole elektryczne

$$E(x) = \begin{cases} -\dfrac{qN_a}{\varepsilon}(x_p + x), & obszar\ p \\ -\dfrac{qN_d}{\varepsilon}(x_n - x), & obszar\ n \end{cases}$$

Potencjał

$$V(x) = \begin{cases} \int \frac{qN_a}{\varepsilon}(x_p + x)dx = \frac{qN_a}{\varepsilon}\left(x_p + \frac{x}{2}\right)x + C_3, & obszar\ p \\ \int \frac{qN_d}{\varepsilon}(x_n - x)dx = \frac{qN_d}{\varepsilon}\left(x_n - \frac{x}{2}\right)x + C_4, & obszar\ n \end{cases}$$

$$V\left(x = x_p\right) = 0 \Longrightarrow C_3 = \frac{qN_a}{2\varepsilon}x_p^2$$

$$V_p(x = 0) = V_n(x = 0) \Longrightarrow C_3 = C_4$$

$$V(x) = \begin{cases} \frac{qN_a}{\varepsilon}\left(x_p + \frac{x}{2}\right)x + \frac{qN_a}{2\varepsilon}x_p^2, & obszar\ p \\ \frac{qN_d}{\varepsilon}\left(x_n - \frac{x}{2}\right)x + \frac{qN_a}{2\varepsilon}x_p^2, & obszar\ n \end{cases}$$

Stałe

$E_g; E_{Fp}; E_{Fn}; n_i$

$$\exp\left(\frac{qV_{bi}}{kT}\right) = \frac{N_d N_a}{n_i^2}$$

$$W = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} V_{bi}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right)}$$

$$x_p = W\frac{N_d}{N_d + N_a} \qquad x_n = W\frac{N_a}{N_d + N_a}$$